

文章编号: 1000-8055(2007)09-1492-07

PSE 方法在后部加载叶栅绕流稳定性分析及转捩预测中的应用

董学智, 颜培刚, 韩万金

(哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 采用数值求解与实验测量相结合的方法, 分析后加载叶栅绕流的稳定性并预测转捩. 推导出正交曲线坐标系下三维扰动波的抛物化稳定性方程, 在风洞实验中测量叶栅叶片表面的静压分布, 并结合测量结果对设计叶栅的流动稳定性进行特征值分析. 分析结果表明: (1) 后加载叶型能有效推迟转捩, 提高叶栅的变冲角特性; (2) 当冲角变化时叶顶流动稳定性的变化最显著, 负冲角流动稳定, 正冲角流动最不稳定.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 边界层流动; 稳定性; 转捩; 后部加载叶型; PSE 方法

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

Application of PSE method into aft-load cascade boundary stability analysis and transition prediction

DONG Xue zhi, YAN Pei gang, HAN Wan jin

(School of Energy Science and Engineering,
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The stability and transition of aft-load blade was analyzed and predicted by combining numerical calculation and experimental measurement. Parabolized stability equation (PSE) of 3D disturbance wave was deducted under orthogonal curvilinear coordinates. The static pressure distribution on blade surface was measured in wind tunnel test, and this result was used for analysis of blade's flow stability. The results show that: (1) aft-load blade can delay efficiently the transition and enhance the variable incidence of blade; (2) the positive incidence is most unsteady and negative incidence is most steady in the event of significant change of flow characteristics of blade tip.

Key words: aerospace propulsion system; boundary flow; stability; transition; aft-load blade; parabolized stability equation (PSE) method

降低损失、提高效率始终是叶轮机设计者面临的主要课题. 叶片的全三维设计方法已成为达到设计目标的主要手段. 提高流动稳定性, 必须通过降低流动损失来实现, 因此流动稳定性是全三维设计方法的重要研究内容. 在翼型设计中常采用层流设计避免发生转捩. 在叶轮机叶片设计中也经常通过推迟或避免转捩, 降低流动损失.

透平叶型“后部加载”的概念建立于上述设计理念. 与传统透平叶型气动负荷沿流向的分布规律相比, “后部加载”叶型的最大气动负荷位置明显移往下游, 通常位于 60% 相对轴向弦长之后^[1]. 国内外大量理论与实验研究表明, 后部加载叶型具有三大优点, 即较大的冲角适应性、最佳的可控扩散区和薄的尾缘^[2]. 数值预测叶型绕流转捩发生的位置, 对评价叶栅气动性能具有重要意义.

收稿日期: 2006-08-24; 修订日期: 2006-12-11

作者简介: 董学智(1981-), 男, 黑龙江嫩江人, 博士生, 主要从事叶轮机械气动热力学研究.

义. 但由于可压缩流动稳定性实验的设备和技术要求非常高, 目前还不可能进行精确的实验, 因此数值计算是预测转捩的重要手段. PSE 方法是当前常用的边界层稳定性预测方法, 通过适当修正的 PSE 方法既考虑到非平行性对稳定性的影响, 又保持了稳定性方程的抛物性以便于数值求解^[3]. 由于边界层整体不稳定与局部不稳定紧密相关, 采用 PSE 方法进行局部扰动分析, 当局部不稳定超过某个临界尺度时可认为流动发生失稳. 此外, 研究叶栅绕流的稳定性, 需要使用随体曲线坐标系及考虑流动的可压缩性. 这样一来, 在研究实际流动的稳定性时, 需要考虑到流动的三维、可压缩、非平行性、多尺度等问题^[4-5].

本文借助实验手段获得边界层的压力参数, 结合边界层假设精确求解主流流动. 推导出曲线坐标系下抛物化稳定性方程, 研究了方程的求解方法. 并将计算方法应用到后加部载叶型稳定性分析及转捩预测中, 从而加深认识后加部载叶型降低流动损失、提高效率的机理.

1 边界层平均流动求解

边界层内平均流动求解采用实验测量的表面静压分布并结合 Falkner Skan 方程求解. 对于曲线型线的边界层表面, 采用贴体坐标系, 定义 Mangler Levy-Lees 变换

$$d\zeta = \rho_e \mu_e u_e ds \tag{1}$$

$$d\eta = \frac{\rho_e u_e}{\sqrt{2\zeta}} = \frac{\rho}{\rho_e} dn \tag{2}$$

式中 s 表示叶型方向, n 表示垂直壁面方向, 选取背弧弧长 s_0 作为特征长度, $s = s^*/s_0$, $n = n^*/s_0$ 为无量纲位移. ρ_e , u_e , μ_e 分别表示主流无量纲密度、速度和粘性系数. 经过坐标变换后主流控制方程可化为

$$(f'')' + ff'' + \beta[\rho/\rho_e - (f')^2] = 2\zeta(f' \partial f' / \partial \zeta - f'' \partial f / \partial \zeta) \tag{3}$$

$$\frac{\rho_e}{\rho_e u_e} [g' + EC(Pr - 1)/(1 + EC/2)f' f''] + Pr f g' = 2Pr \zeta \left[f' \frac{\partial g}{\partial \zeta} - g' \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right] \tag{4}$$

式中 $\beta = 2s/u_e (du_e/ds)$, r 为比热容比, $EC = (r - 1) \cdot Ma_e$ 为流动 Eckert 数. 主流速度 u , v 可由下式给出

$$u/u_e = df/d\eta \tag{5}$$

$$\frac{v}{u_e} = \frac{1}{\sqrt{2Re_s}}(f' \eta - f) \tag{6}$$

$$T/T_e = g \tag{7}$$

式中 $Re_s = u_e s/\nu$ 为流动雷诺数.

求解上述微分方程须首先给定主流流动速度参数 u_e . 由于实际叶栅流动的复杂性, u_e 求解较为复杂. 本文通过风洞实验直接测量出叶栅表面的静压分布, 根据边界层假设沿垂直壁面方向压力梯度为零, 表面静压测量结果可近似作为边界层与主流交界面处压力值. 因此 u_e 可由 Bernoulli 方程和气体等熵流动方程求得, 将压力测量值作为边界条件代入到方程(3), (4) 可求解边界层平均流动.

2 曲线坐标系下的 PSE 方程

无量纲边界层控制方程可表示为:

$$\{NS\}q = 0 \tag{8}$$

方程中 $\{NS\}$ 为 N-S 方程的微分算子, $q = [\rho, u, v, w, T]^T$ 为流动基本参量. 方程中的流动参量可分解为平均量+扰动量形式, 即 $q = \bar{q} + \tilde{q}$. 同时假设控制方程中的 μ, λ, k 只为温度 T 的函数, 因此可将其同样分解为平均量+扰动量的形式: $\mu = \bar{\mu} + \tilde{\mu}T, \lambda = \bar{\lambda} + \tilde{\lambda}T, k = \bar{k} + \tilde{k}T$.

假设扰动项 q 为线性增长, 并基于平行流动假设, 不考虑扰动幅值沿流向和横向的变化, 只考虑沿垂直壁面方向的变化, 即: $\tilde{q} = \hat{q}(y) \exp(\alpha x + \beta z - \omega t)$; 式中 α, β, ω 为复数, 分别为扰动沿流向、横向和时间的增长. 将上面分解形式带入到状态方程中消除扰动的平均项和高阶量后可以得到线性 PSE 方程. 方程中的 α, β, ω 都可能均为复数. 如果固定 β 和 ω 为定值的实数, 就可以计算出复数 α 即扰动沿流动方向的波数. 若 α 的虚部为正值, 扰动项 q 将沿着叶型方向减小, 流动保持稳定; 若 q 的虚部为负值, 扰动项 q 将沿着叶型方向增加, 流动不稳定. 特征方程中的系数 α 可通过特征求解计算.

将上述变换带入到控制方程中可获得直角坐标系下的扰动方程

$$Aq + B d\hat{q}/dy + C d^2\hat{q}/dy^2 = 0 \tag{9}$$

方程中 $\hat{q}(y) = [\hat{\rho}, \hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{T}]^T$. 由于本文是针对实际叶栅进行计算分析, 因此将直角坐标系下的方程扩展到曲线坐标系下

$$A_b \hat{q} + B_b d\hat{q}/dn + C_b d^2\hat{q}/dn^2 = 0 \tag{10}$$

式中 A_b, B_b, C_b 均为 5×5 矩阵, 系数矩阵中各项与 $\alpha, \beta, \omega, \bar{q}$ 及其导数有关. 另外系数矩阵与叶型表面的曲率 h 有关. α 和 β 在计算中给定, $\bar{q}$ 及其各阶导数已由表面静压实验结合方程(3)和(4)求

解给出. 方程(10)边界条件为

$$\hat{u} = \hat{v} = \hat{w} = \hat{T} = \partial \hat{p} / \partial n = 0, y = 0 \quad (11)$$

$$\hat{u} = \hat{v} = \hat{w} = \hat{T} = \partial \hat{p} / \partial n = 0, y \rightarrow \infty \quad (12)$$

沿流向网格采用等间距均匀划分. 垂直壁面方向离散节点由下式给出

$$y = \frac{\gamma_{\max}}{a} \frac{1 + \eta_i}{1 - (1 - 2/a)\eta_i} \quad (13)$$

式中 $\gamma_{\max}$ 为边界层厚度, a 为网格因子, $\eta_i = \cos [i\pi/(N - 1)]$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$, 为 Gauss 节点, N 为节点数. 采用谱方法对差分项进行近似, 公式(10)可数值离散为线性方程形式

$$(C_0 \alpha^2 + C_1 \alpha + C_2) \phi = D(\alpha) \phi = 0 \quad (14)$$

$\det |D(\alpha)| = 0$ 是方程具有非平凡解的充要条件, 因此稳定性方程求解也转化为矩阵 D 的特征值求解. 为提高求解精度本文先在低网格精度下采用 QR 分解法求解特征方程全部特征值 α . 在高网格精度下求解全部特征值的计算量过于巨大, 可选用 Netwon 迭代法获取精确值. 迭代时采用 QR 分解法的解作为 Netwon 迭代法的初始值可确保求解过程的收敛性, 同时减少收敛所用的时间, 提高迭代速度.

3 实验模型与实验结果分析

实验叶片叶型和实验叶栅子午面形状分别表示在图 1 和图 2. 由图可见上、下端壁的剖面均与轴向平行. 采用扇形叶栅进行实验, 使用五孔球头测针测量气动参数的分布. 在叶片表面设置垂直于型面的静压测孔, 测量叶片表面静压. 实验中采用的压力测孔较小, 对流动不会产生很大影响. 压力测量误差小于 10 Pa, 相对测量误差小于 0.3%. 因此实验测量值具有足够的测量精度.

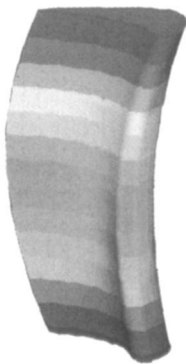


图 1 实验叶型
Fig 1 Experiment blade

实验叶栅的外、中、内径分别为 $D_t = 2\,123.96\text{ mm}$, $D_m = 1\,856.56\text{ mm}$, $D_h =$

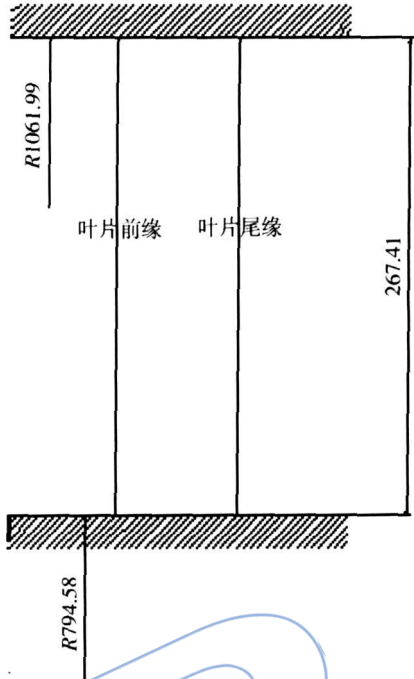


图 2 实验叶栅子午面
Fig. 2 Meridional profile of experiment cascade

1 589.16 mm, 叶高 $h = 267.4\text{ mm}$, 径高比 $D_m/h = 6.94$, 弦长 $b_t = 133.80\text{ mm}$, $b_m = 109.43\text{ mm}$, $b_h = 95.42\text{ mm}$, 轴向弦长 $B_t = 71.42\text{ mm}$, $B_m = 71.72\text{ mm}$, $B_h = 72.76\text{ mm}$, 节距 $t_t = 104.24\text{ mm}$, $t_m = 86.24\text{ mm}$, $t_h = 78.01\text{ mm}$, 叶片数 $N = 64$, 几何进气角 78.3° , 65.5° 和 55.9° (从周向算起), 几何出气角 15° , 17.5° 和 20° .

图 3 所示为叶栅中部不同冲角下的静压系数沿叶型的分布. 由图可见, 冲角对静压沿叶型的分布影响很小.

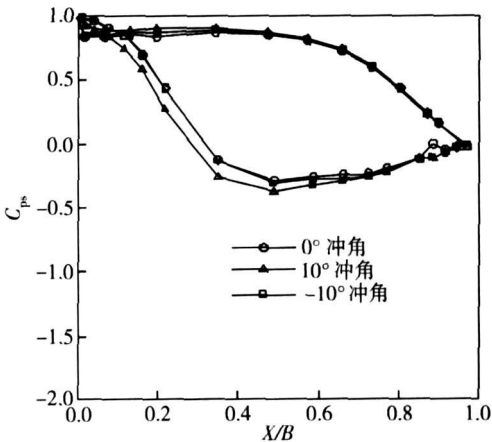


图 3 叶栅中部不同冲角下表面静压分布
Fig 3 Static pressure distribution on mid of blade surface with incident chang

横截面内总流动损失沿轴向的增长如图 4. 图中曲线的斜率的大小表示总压损失系数在当地

的增长速率. 由图可见, + 10° 冲角流动损失最大, - 10° 冲角次之, 0° 冲角流动损失最小. 图 5 为不同叶高静压系数沿叶型的分布, 比较 3 条曲线包围的面积可以发现, 由叶栅两侧端壁向叶展中部叶片负负荷越来越大.

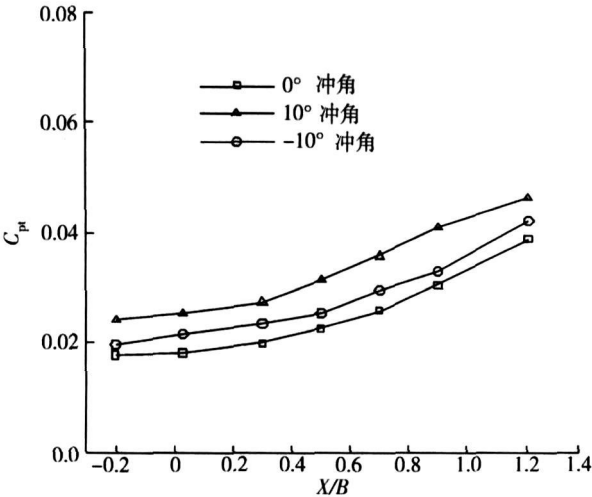


图 4 横截面总流动损失沿轴向的增长
Fig. 4 Total loss in cross section with axis direction

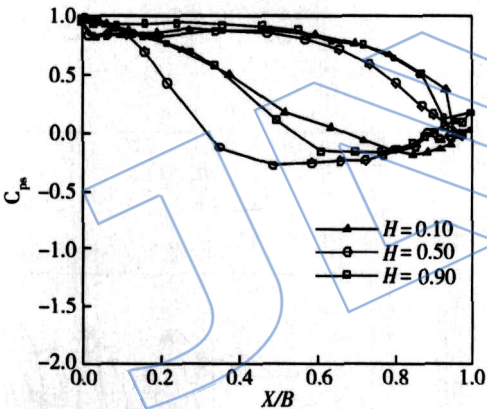


图 5 0° 冲角下叶高静压系数沿叶型的分布
Fig. 5 Static pressure distribution in 0° incidences with different blade height

4 吸力面稳定性计算结果及转捩预测

根据实验测量的压力分布, 求解公式 (3) 和 (4) 可近似获得边界层表面的速度、温度、密度分布. 图 6 所示为 0° 冲角 0.5 叶高表面速度分布. 横坐标为垂直壁面方向位移, 纵坐标为无量纲速度. 图中曲线分别对应 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 相对背弧弧长位置. 从图中可以看到边界层厚度沿流向逐渐增加, 出口处边界层厚度约等于 0.6% 背弧弧长.

将边界层近似计算结果代入到公式 (14), 可计算方程的特征值. 图 7 所示, 为在不同网格节点下离散特征方程通过 QR 分解求逆的方法计算出

离散方程的特征值.

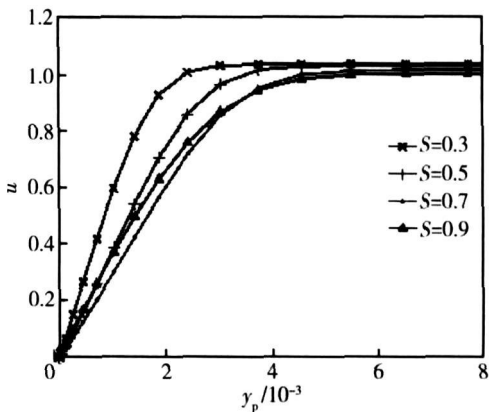


图 6 边界层速度分布
Fig. 6 Velocity distributions

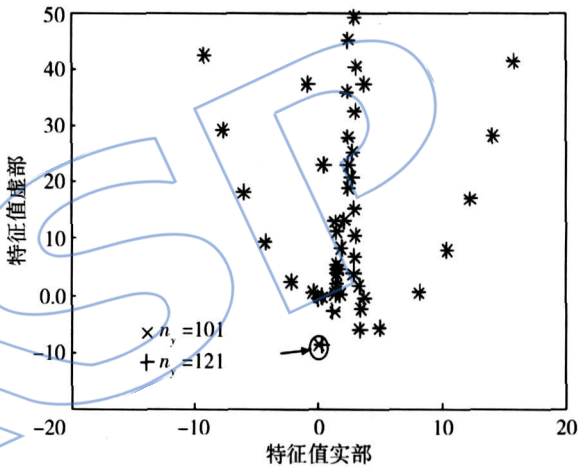


图 7 矩阵特征值分布
Fig. 7 Matrix eigenvalue distribution

图 7 为任意选取的一个计算实例, 对应 0.7 叶高, - 10° 冲角, 0.814 相对轴向位置 (对应 0.6 相对弧长). 计算中分别选取节点数 $n_y = 101$ 和 $n_y = 121$. 图 7 横坐标为特征值实部, 纵坐标为特征值虚部. 图中箭头所示的位置为特征值对应的近似位置, 选取箭头所示位置的近似值: 0.3-8.5i 作为初始值, 代入到下式中

f(α) = Trace[D⁻¹(α)D⁽¹⁾(α)] (15)

f⁽¹⁾(α_k) = Trace[D⁻¹(α_k)D⁽²⁾(α_k) - [D⁻¹(α_k)D⁽¹⁾(α_k)]²] (16)

α_{k+1} = α_k - 2f(α_k) / { [f(α_k)]² - f⁽¹⁾(α_k) } (17)

式中 Trace[A] 表示矩阵 A 的迹, 即矩阵 A 对角元素的和. D⁻¹ 表示矩阵 D 的逆, D⁽¹⁾, D⁽²⁾ 分别表示矩阵 D 关于的一阶、二阶导数.

通过迭代可求得细网格 (n_y = 201) 下的特征值 α = 0.546 188 345 901 1- 8.504 213 668 849 0i.

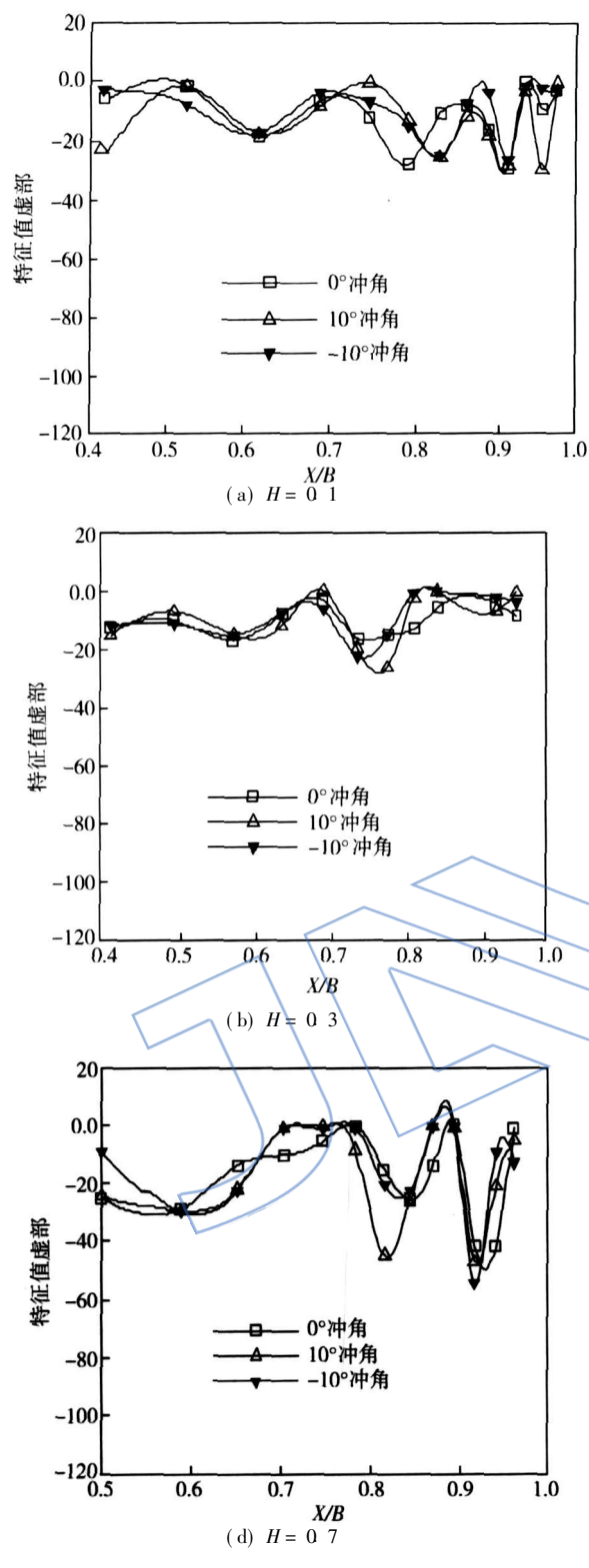


图 8 所示, 分别为 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 叶高下不同冲角叶栅的稳定性计算结果, 图中横坐标为轴向相对位置, 纵坐标为特征值的虚部. 虚部越小代表流动越不稳定.

比较图 8(a) ~ (c), 在叶栅下半部(0.1~0.5 叶高) 3 个冲角下特征值虚部的波动趋势较为接近, 其中 0° 冲角特征值的波动总是先于另两个冲角, 从数值上看特征值的虚部波动趋势较为接近, 几乎没有变化, 也就是在叶根附近冲角变化对稳定性影响很小. 比较图 8(d) 和 (e), 与根部计算结果不同, 其中 -10° 冲角与 0° 冲角的计算结果较为接近, 而 10° 冲角的计算结果在 0.7 叶高时还与其它结果变化趋势相近, 但在 0.9 叶高时特征值变化趋

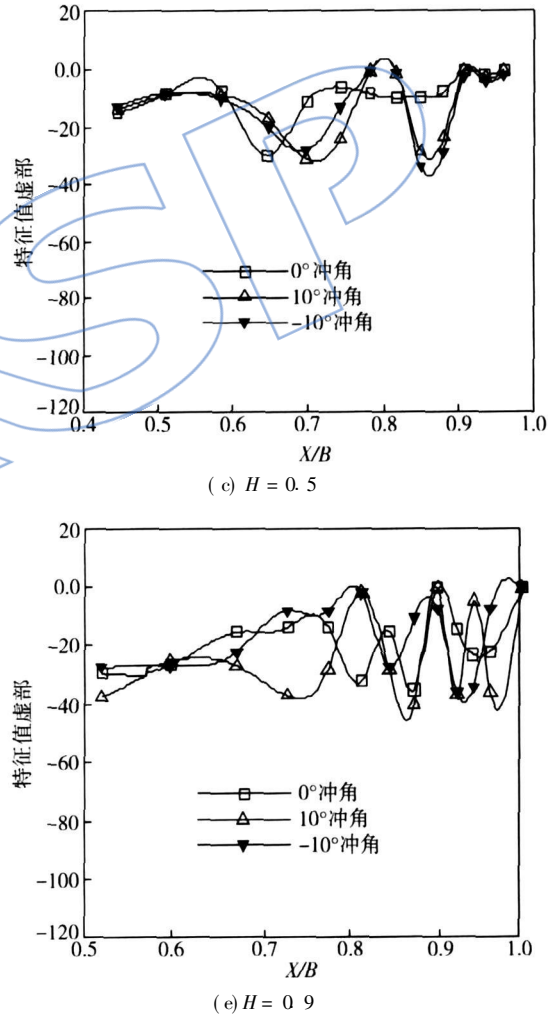


图 8 不同冲角下特征值虚部

Fig 8 Imaginary part of eigenvalue with different incidences

势变的混乱. 从数值上看, 10° 冲角的特征值虚部要小于 0° 冲角和 -10° 冲角. 也就是说在叶顶 10° 冲角的流动更不稳定, 容易发生转捩, 而 -10° 冲角的稳定性没有随着冲角改变发生明显变化. 总

体上说采用后部加载叶型设计有效提高了叶栅的变冲角性能, 降低了冲角敏感性, 在负冲角的情况下叶栅表面稳定性几乎没有改变, 而在正冲角情况只在叶栅顶部稳定性发生了明显变化, 流动趋

于不稳定.

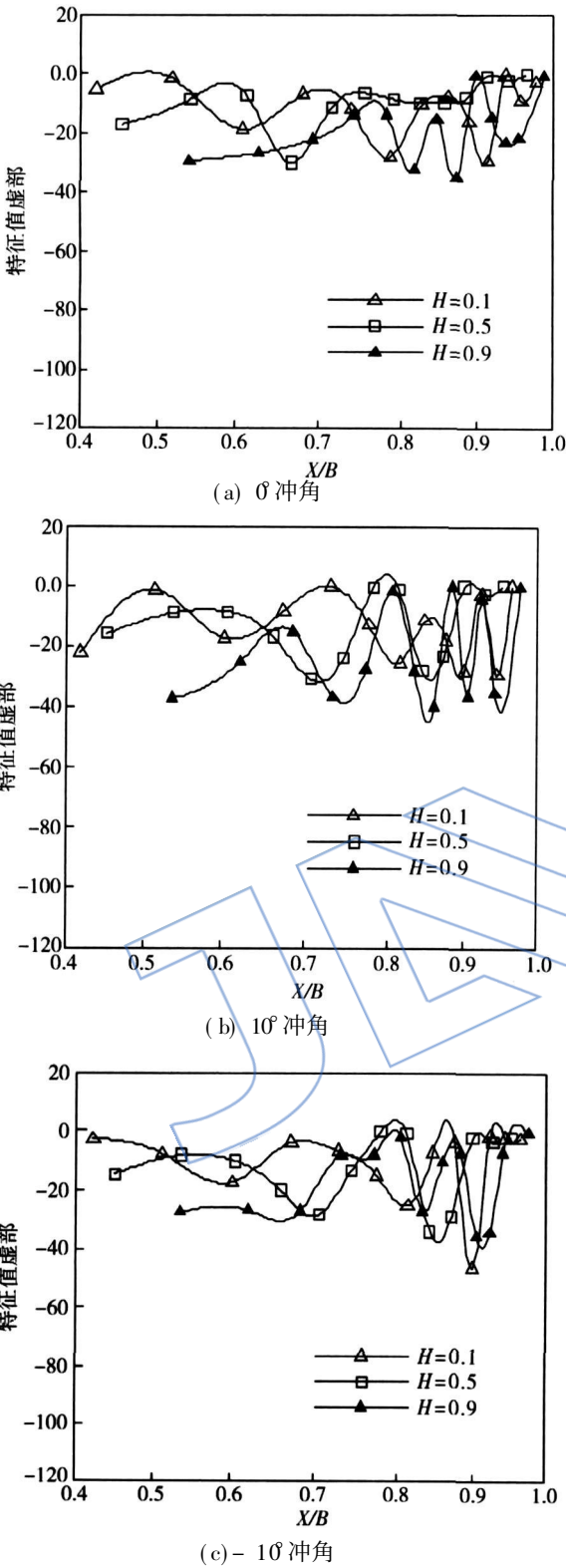


图 9 不同叶高特征值结果比较

Fig 9 Imaginary part of eigenvalue in different height

图 9 所示为 0° , 10° , -10° 冲角下不同叶高的计算结果比较. 总体上比较, 3 个冲角下的计算结果较为相似, 叶顶特征值虚部最小, 流动也最不稳

定. 而叶栅中部流动最稳定. 从波动趋势看叶根部的特征值波动领先于中部和顶部.

3 个冲角下, 都是叶展中部流动最稳定, 其次为叶根, 叶顶流动最不稳定. 比较 3 个冲角, 在 10° 冲角时稳定性随叶高的这一变化最为明显, 在 -10° 冲角时变化最不明显. 这主要是由于导致顶部流动不稳定的因素主要是径向离心力及横向二次流的作用, 而在负冲角情况下由于压差变小, 流速减慢, 离心力及二次流都有所减弱, 因此叶顶与叶根的差异会减少.

根据 e^N 理论, 流动的稳定性由

$$N = \int_{s_1}^2 -\text{Im}(\alpha) ds$$

值决定, 当 $N > 9$ 时认为流动发生转捩. 3 个冲角下出口处积分值如图 10 所示, 图中黑实线为 $N = 9$, 在黑线以上认为流动已经发生转捩.

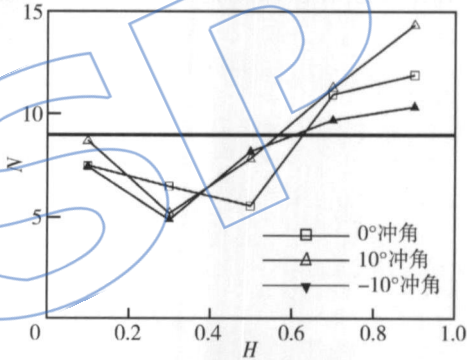


图 10 叶栅出口处 N 值

Fig. 10 N value in cascade outlet

从图中可以看到, 在 0.3~0.5 叶高这一区域流动最稳定, 在整个叶栅下部 N 值都未超过 9, 流动未发生转捩, 而在叶栅顶部流动发生了转捩. 比较 3 个冲角, 从整体上 10° 流动远比 -10° 和 0° 冲角的不稳定, 除了叶栅下部 0.2 叶高到 0.4 叶高之间以外其余位置, 负冲角的 N 值均大于另 2 个冲角. 从 0.55 叶高到叶顶区域流动都已发生转捩. 早在 10° 冲角, 叶根部和顶部的边界层流动比 0° 冲角的稳定, 但流道中间位置 0° 冲角最稳定. 尽管 0° 冲角与 -10° 冲角都是在 0.6 叶高位置以后发生了转捩, 但负冲角转捩位置位于 0° 冲角的下游.

5 结 论

(1) 采用实验测量结果结合数值求解可获得边界层流动近似解, 解具有可满足稳定性分析所需的精度.

(2) 采用全局法及 Newton 区域迭代法可精

确求解线形 PSE 稳定性方程特征值问题, 特征值 α 的虚部决定流动的稳定性. 当 $N = \int_{s_1}^2 - \text{Im}(\alpha) ds > 9$ 时认为流动发生转捩.

(3) 特征值计算结果表明, 采用后部加载叶型, 流动在叶栅吸力面相对稳定, 同时提高了叶型的变冲角特性.

(4) 在环形叶栅内叶栅顶部流动最不稳定, 而根部流动相对于顶部较为稳定.

(5) 冲角变化对边界层稳定性影响在叶栅顶部最明显, 在这一区域正冲角流动最不稳定, 其次为 0° 冲角, 负冲角流动最稳定.

参考文献:

[1] 周逊, 韩万金. 后加载叶型叶栅的三维压力场及其对损失发展的影响[J]. 推进技术, 2003, 24 (6): 537-542.
ZHOU Xun, HAN Wanjin. Three dimensional pressure

distribution of the cascades with aft loading profile and the influence of loss development[J]. Journal of Propulsion Technology, 2003, 24 (6): 537-542.

[2] 岳国强, 黄洪雁, 韩万金, 等. 载荷分布对叶栅损失影响的试验研究[J]. 航空发动机, 2005, 23(2): 28-31.
YUE Guoqiang, HUANG Hongyan, HAN Wanjin, et al. Experiment investigation of the influence of load distribution on cascade flow losses [J]. Aeroengine 2005, 23(2) : 28-31.

[3] Janke E, Balakumar P. On the secondary instability of three dimensional boundary layers[J]. Theoret Comput. Fluid Dynamics, 2000, 14: 167-194.

[4] Marquillie M, Ehrenstein U. On the onset of nonlinear oscillations in a separating boundary-layer flow [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2003, 490(10): 169-188.

[5] Itoh N. Nonparallel stability analysis of three dimensional boundary layers along an infinite attachment line[J]. Fluid Dynamics Research, 2000, 27(3): 143-161.